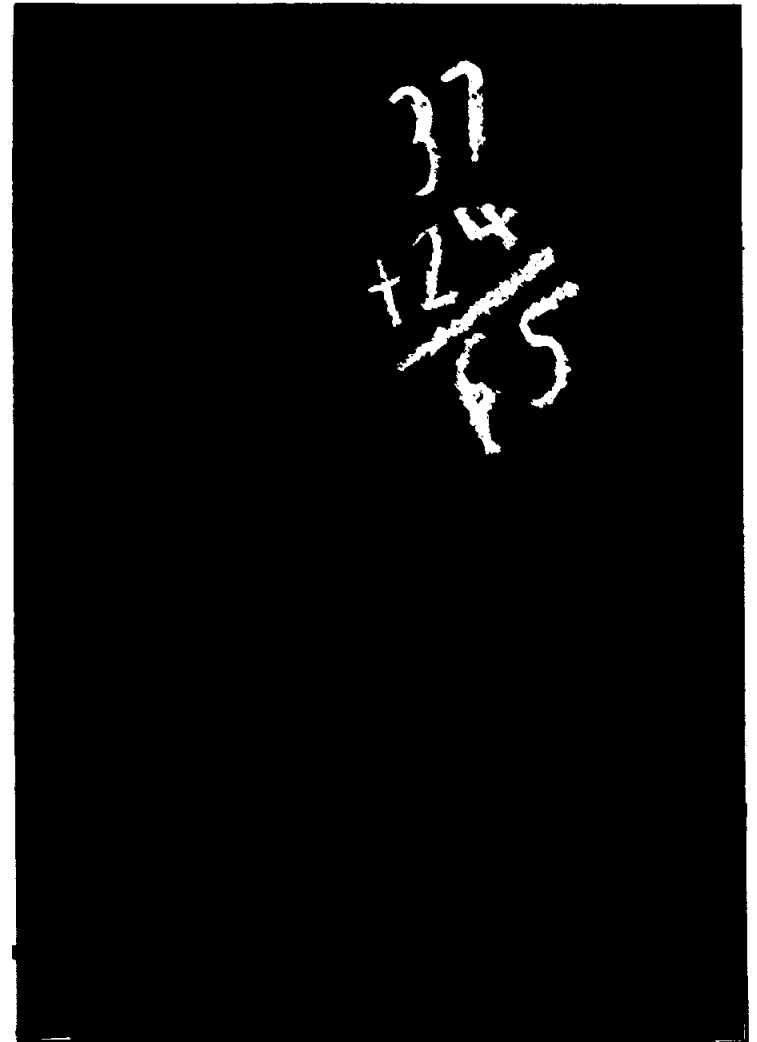


en la vida diez, en la escuela cero

terezinha carraher, david carraher,
analúcia schliemann

XXI siglo
veintiuno
editores





siglo xxi editores, s.a. de c.v.

CERRO DEL AGUA 248, ROMERO DE TERREROS, 04310, MÉXICO, D. F.

siglo xxi editores, s.a.

TUCUMÁN 1521, 7° N, C1050AAG, BUENOS AIRES, ARGENTINA

siglo xxi de españa editores, s.a.

MENÉNDEZ PIDAL 3 BIS, 28036, MADRID, ESPAÑA

edición al cuidado de presentación pinero

primera edición en español, 1991

décima edición en español, 2007

© siglo xxi editores, s.a. de c.v.

isbn 10: 968-23-1761-4

isbn 13: 978-968-23-1761-3

© autores, 1988

tercera edición en portugués, 1989

© cortez editora, são paulo

título original: *na vida dez, na escola zero*

derechos reservados conforme a la ley

impreso y hecho en México/printed and made in Mexico

ÍNDICE

PRESENTACIÓN	7
PREFACIO	9
1. LAS MATEMÁTICAS EN LA VIDA COTIDIANA: PSICOLOGÍA, MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN	11
Las matemáticas como ciencia y como actividad humana, 11; Los estudios de esta recopilación, 15; Cuestiones psicológicas suscitadas por estos estudios, 19; Cuestiones para la educación, 21; Cuestiones para la enseñanza de las matemáticas, 22; Bibliografía, 24	
2. EN LA VIDA DIEZ, EN LA ESCUELA CERO: LOS CONTEXTOS CULTURALES DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS, por TEREZINHA N. CARRAHER, DAVID W. CARRAHER, ANALÚCIA D. SCHLIEMANN	25
El contexto cultural: uno de los usos de las matemáticas, 32; Metodología, 33; Resultados, 36; Discusión y conclusiones, 41; Bibliografía, 45	
3. MATEMÁTICAS ESCRITAS <i>VERSUS</i> MATEMÁTICAS ORALES, por TEREZINHA N. CARRAHER, DAVID W. CARRAHER Y ANALÚCIA D. SCHLIEMANN	48
Método, 51; Resultados y discusión, 55; Conclusiones, 69; Bibliografía, 71	
4. ESCOLARIZACIÓN FORMAL <i>VERSUS</i> EXPERIENCIA PRÁCTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, por ANALÚCIA D. SCHLIEMANN	73
Método, 76; Resultados, 79; Discusión, 86; Bibliografía, 88	
5. LA COMPRESIÓN DEL ANÁLISIS COMBINATORIO: DESARROLLO, APRENDIZAJE ESCOLAR Y EXPERIENCIA DIARIA, por ANALÚCIA D. SCHLIEMANN	90
Método, 97; Resultados, 98; Discusión, 104; Bibliografía, 105	

6. PASANDO DEL PLANO A LA CONSTRUCCIÓN: UN TRABAJO DE MAESTROS, *por* TEREZINHA N. CARRAHER 106

Maestros de obras y estudiantes; diferencias y semejanzas en la experiencia con las matemáticas, 108; Método, 111; Resultados y discusión, 115; Conclusiones, 128; Bibliografía, 131

7. ¿ÁLGEBRA EN EL MERCADO?, *por* TEREZINHA N. CARRAHER Y ANALÚCIA D. SCHLIEMANN 133

Método, 136; Resultados y discusión, 141; Conclusiones, 147; Bibliografía, 148

8. CULTURA, ARITMÉTICA Y MODELOS MATEMÁTICOS 149

El análisis de conceptos, 150; El conocimiento de las operaciones aritméticas, 156; El conocimiento de modelos matemáticos más complejos, 163; Implicaciones educacionales, 170; Bibliografía, 172

CONCLUSIONES 174

La inteligencia en la vida cotidiana. Implicaciones para la psicología, 175; La escuela ante los niños inteligentes. Implicaciones para la educación, 182; El papel de las situaciones concretas en la enseñanza de los conceptos. Implicaciones para la educación matemática, 186; Bibliografía, 190

PRESENTACIÓN

Este libro es la historia de una apuesta. Un día estábamos los tres conversando, discutiendo por qué tantos niños de las escuelas públicas salían tan mal en las pruebas de matemáticas y cometían errores tan extraños en algunas cuentas.

—¿Te acuerdas de aquel niño? Restó veintiuno menos seis y le dio veinticinco. ¡Y ni se inmutó!

—¿Recuerdas cómo lo hizo? Subió directamente en la cuenta el 6 y después dijo: “Seis menos uno, cinco. Se baja el dos.”

—Pobre. No entiende nada. No tiene ni la más mínima lógica.

Alguien, distraídamente, pensando que la cuenta era veintiséis menos uno dijo:

—¿Cómo que no entiende? ¿Seis menos uno no son cinco? Dos menos cero, dos. En mi época la gente sólo bajaba el dos.

Miramos el papel donde $21 - 6$ daba 25. Reímos los tres. Después, nos pusimos serios:

—Pero, observa, no fue falta de lógica. Apuesto a que si el muchacho estuviese en la esquina vendiendo almendras a cinco cruzeiros el paquete, daba el cambio exacto.

¡Qué apuesta! Pasaron cinco años, las almendras cuestan hoy cinco cruzados, los muchachos dan el cambio exacto, pero todavía estamos discutiendo por qué salen tan mal en las pruebas de matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Carraher, T.N., *O método clínico. Usando os exames de Piaget*, 2a. ed., São Paulo, Cortez, 1988 (revisada y aumentada).
- Cole, M., "Psicología e antropologia", Conferência pronunciada en el Simposio "Literacy and Psychology", Medical Research Center, Applied Psychology Unit, Cambridge, Reino Unido, junio de 1984.
- Inhelder B. y Piaget, J., *De la logique de l'enfant a la logique de l'adolescent*, París, Presses Universitaires de France, 1955.
- Kaplan, A., *A conduta na pesquisa. Metodologia para as ciências do comportamento*, São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1969.
- Piaget, J., "Necessité et signification des recherches comparatives en psychologie", *Journal International de Psychology*, vol. 1, núm. 1, 1966.
- , *Estudos sociológicos*, Río de Janeiro, Forense, 1973.
- , "Intellectual evolution from adolescence to adulthood", *Human Development*, 1972, núm. 15, pp. 1-12.
- Vergnaud, G., "Concepts et schémas dans una théorie opératoire de la représentation", *Psychologie Française*, vol. 30, núms. 3-4, pp. 245-252, 1985.

2. EN LA VIDA DIEZ, EN LA ESCUELA, CERO: LOS CONTEXTOS CULTURALES DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS*

TEREZINHA N. CARRAHER
DAVID W. CARRAHER
ANALÚCIA D. SCHLIEMANN

La deserción y el fracaso escolar aparecen hoy entre los problemas de nuestro sistema educacional que se estudian en forma relativamente intensa. La concepción de fracaso escolar aparece alternativamente como fracaso de los individuos (Popovic, Esposito y Campos, 1975), fracaso de una clase social (Lewis, 1967; Hoggart, 1957) o fracaso de un sistema social, económico y político (Freitag, 1979; Porto, 1981) que practica una selectividad socioeconómica indebida. En este capítulo se pretende explorar otra alternativa: el fracaso escolar y el *fracaso de la escuela*.

Los estudios de la llamada "privación cultural" o de los "individuos marginados" señalan la existencia de las más variadas deficiencias entre niños de ambientes desfavorecidos, deficiencias que son tanto de naturaleza del conocimiento como de orden afectivo y social. El niño producto de la privación cultural muestra deficiencias en las funciones psiconeu-

* Nuestro agradecimiento a Elisabete Maranhão de Miranda y Maria Eneida do Rego Maciel por la ayuda imprescindible en la recolección de los datos y a Shirley Brice-Heath quien, al visitar nuestro programa, con financiamiento del CNPq, abrió nuevas perspectivas de análisis para el estudio del fracaso escolar.

Los datos analizados en este estudio forman parte del artículo de los mismos autores "Mathematics in the streets and in schools", *British Journal of Developmental Psychology*, núm. 3, 1985, pp. 21-29. Esta versión fue publicada por *Cuadernos de Pesquisa*, núm. 42, 1982, pp. 79-86.

rológicas, básicas para la lectura y las matemáticas, conceptos básicos, operaciones cognoscitivas y lenguaje (Poppovic, Esposito y Campos, 1975), un pobre concepto de sí mismo, sentimientos de culpa y de vergüenza, problemas familiares, desconocimiento de su propia cultura (Brooks, 1966), etc., para mencionar apenas algunas de las deficiencias encontradas. Esa posición resulta de la convicción de que los procesos psicológicos se desarrollan en función de la experiencia, especialmente de la experiencia en los primeros años de la vida (véase comentarios en Cole, 1977), puesto que los niños de ambientes culturalmente deficitarios carecerían de esas experiencias cruciales. En forma paralela, muchos de los investigadores interesados en esta cuestión conceden también importancia a factores de orden biológico, como la nutrición (Patto, 1973) y la salud (Silva, 1979) en los primeros años de la vida, cuya influencia también llevaría a resultados negativos en el desarrollo de esos mismos niños, puesto que el privarlos de cultura y los problemas de alimentación y de salud tienden a ocurrir con mayor gravedad y frecuencia dentro del mismo estrato de la población (Birch, 1967). Este enfoque del problema del fracaso escolar atribuyéndoles deficiencias a los individuos que fracasan, no siempre constituye una generalización burda con relación a todos los niños de clase baja. Recientemente se ha procurado destacar "la importancia de un análisis del rendimiento escolar en función de las características individuales de familias pertenecientes a la misma clase social, sin tomar tanto en consideración los estereotipos creados por el modelo que subraya las deficiencias de la clase social baja, al comprobar la existencia de alumnos que, no obstante pertenecer a esa clase, tienen buen rendimiento escolar" (Coimbra, 1981: 64-65). En esta segunda versión, el enfoque de las deficiencias que resultan de la privación cultural continúa, pues, atribuye importancia decisiva a ciertas experiencias particulares, pero disocia, hasta cierto punto, clase social de privación cultural, de tal modo que sólo aquellos individuos de clase baja que sufriesen de hecho del "síndrome de la privación cultural" estarían predestinados al fracaso escolar.

El problema es presentado en forma un poco diferente por quienes atribuyen el fracaso escolar a la clase social. Desde este punto de vista, la atribución de deficiencias de la más diversa naturaleza a los miembros de la clase baja no es una cuestión importante. Sin embargo, los proponentes de este análisis aseguran que la situación social y económica de las clases bajas es tal, que los miembros de esas clases no valoran la educación porque no le atribuyen valor práctico (Hoggart, 1957), y no pueden permitirles a sus hijos el "lujo" de una educación prolongada frente a su necesidad de emplearlos precozmente para contribuir al sustento del hogar. El fracaso escolar no sería, pues, un fracaso real, dado que sólo quien anhela determinado objetivo puede fracasar en alcanzarlo. El menosprecio del aprendizaje escolar junto a la valoración del trabajo es congruente con el desempeño efectivo de los miembros de la clase baja, los cuales son "víctimas" de la deserción y del fracaso escolar sólo a los ojos de los *demás* (Hoggart, 1957).

Finalmente, debe mencionarse el tercer tipo de análisis propuesto para el fracaso escolar: la selectividad del propio sistema. De acuerdo con esta visión del fracaso escolar, las escuelas constituyen aparatos ideológicos del Estado (Freitag, 1979) que reproducen la estructura de clases existentes mediante la difusión de la ideología de la clase dominante y manteniendo a la clase baja en los niveles educacionales inferiores. De este modo, el propio sistema educacional obstruye las vías de acceso de la clase baja a la educación formal, eliminando la posibilidad de que sus miembros puedan resolver por sí mismos los problemas sociales y económicos que enfrentan en el caso de la hiperurbanización (Perlman, 1977). Desde este punto de vista, Ivoneide Porto, por ejemplo, señala la falta de integración social en las escuelas de Recife como una de las formas de mantener la estructura social vigente. Los colegios particulares son un privilegio de las clases dominantes, puesto que los colegios de la red pública sirven a las clases dominadas; "... esta estructuración mediante 'privilegios específicos' y actividades delegadas tienen lugar, por cierto, a partir de la cumbre, es decir que está determinada por aquellos que detentan

el poder y, en consecuencia, dominan. Es un proceso que tiene su origen en la *cima* y alcanza la base de la sociedad" (Porto, 1981: 101; comillas de la autora).

La posibilidad de que el fracaso escolar no represente el fracaso del individuo, de la clase o del sistema social, económico y político pero sí el fracaso de la propia escuela ya ha sido considerada por algunos, aunque no podamos decir que esta conclusión haya sido presentada con claridad en la forma en que la concebimos. Friedman (1967) considera que el entusiasmo por la noción de privación cultural en los medios educativos resultó en realidad de que tal conceptualización del problema constituía una explicación razonable para una situación embarazosa y, al mismo tiempo, liberaba a los educadores de la responsabilidad de estar involucrados en una escuela incapaz de producir resultados. Poppovic presentó recientemente un análisis bastante detallado de la cuestión del fracaso escolar. Refiriéndose a la explicación de este fracaso en términos de privación cultural, señala: "Tenemos entonces, para determinar el fracaso escolar, una explicación de fondo social mucho más amplia y verídica de lo que son las deficiencias individuales. Sin embargo, si se la examina bien esa teoría continúa señalando a un solo culpable: el alumno que viene de una familia pobre y, por lo tanto, impreparado para los patrones exigidos por la escuela; ésa sería la razón del fracaso. La institución escolar, sus valores, sus métodos, sus criterios, su didáctica, su organización continúan fuera del debate" (Poppovic, 1981: 20).

Con relación a la educación compensatoria, Poppovic pone de relieve que ésta sufre del gran defecto de sólo pretender cambiar al niño, añadiendo que una u otra línea de pensamiento se hace necesaria: la de un enfoque institucional, el cual debe discutir la propia escuela: "Esta línea de pensamiento establece que el fracaso es el resultado de una mala interrelación entre el alumno que proviene de determinados medios sociales y la institución escolar. Es preciso que la escuela entienda su papel social y su función en una sociedad de grupos muy diversificados" (*ibid.*, p. 20).

A pesar de las semejanzas entre el análisis propuesto por Poppovic y el que pretendemos explorar, debe destacarse una diferencia que no consideramos en forma alguna de carácter secundario. Poppovic, después del análisis antes mencionado, vuelve atrás para considerar los estudios de la marginación cultural y sus efectos sobre los niños (Poppovic *et al.*, 1975), con el fin de conocer "las necesidades de los niños culturalmente marginados" (Poppovic, 1981: 20) como un intento de desarrollar un currículum que les atienda: "El camino que escogimos fue el del desarrollo de materiales curriculares para los años iniciales del primer grado, destinados a los niños originarios de los estratos de bajos ingresos y a sus profesores" (*ibid.*, pp. 20-21). Este camino parece constituir la educación compensatoria en la escuela y no sólo en el nivel preescolar; constituye una solución psicológica para un problema psicológico, social y cultural.

En contraste con este punto de vista, pero siguiendo también un enfoque institucional, se puede proponer para la cuestión de las diferencias interclases un enfoque semejante al propuesto por Gay y Cole (1967) y Cole (1977) para las diferencias transculturales. Aunque ciertos niños de algunas culturas —o, en este caso, de los estratos de bajos ingresos— pueden no participar de experiencias específicas encontradas rutinariamente por los niños de nuestra clase media, no son criaturas privadas de toda experiencia. En el contexto del estudio de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas, Gay y Cole partieron del supuesto de que era necesario conocer mejor las matemáticas inherentes a las actividades de la vida diaria en la cultura de esos niños a fin de construir, a partir de ellas, puentes y ligamentos efectivos para unas matemáticas más abstractas que las que la escuela pretende enseñar. Dicho esto, Cole (1977) sugiere que el hecho común de que las personas desempeñen con mayor habilidad aquellas tareas en que tienen más práctica llevó a presuponer también que los procesos cognoscitivos pueden ser de naturaleza situacional, lo cual implica que es posible encontrarnos sujetos que demuestran una habilidad en cierto contexto y no en otro(s). Por ejemplo, los exámenes de

habilidades de distinción visual realizados al ingresar a la escuela para verificar la rapidez para la alfabetización, se hacen por lo general con figuras diseñadas, relativamente abstractas, figuras geométricas, letras y números. Si supusiésemos que tal material no es apto para la práctica de la distinción entre los niños llamados culturalmente desfavorecidos, veremos que de ellos se esperaría un desarrollo más bajo del que muestran los niños con práctica en estas distinciones. De ahí podemos concluir: 1] que los niños producto de la privación cultural tienen deficiencias en la distinción visual o 2] podemos iniciar un análisis etnográfico y experimental de las situaciones en que estos niños hacen una distinción visual de detalles, en caso de que tales situaciones existan, con el fin de construir en la escuela una unidad efectiva entre las habilidades de que esos niños ya disponen y su aplicación al dominio particular que deseamos desarrollar. La segunda forma de tratar con el problema aprovecha una "lección central obtenida de años de investigación sobre la generalización del aprendizaje (*learning sets*), esto es, que los animales (incluso el hombre) aprenden habilidades generalizadas para la solución de problemas a partir de experiencias repetidas con problemas diferentes del mismo tipo" (Cole, 1977: 481).

Adoptar el enfoque institucional no significa, por lo tanto, negar que existen diferencias entre las clases o rechazar explicaciones de naturaleza social, económica y política para el fracaso escolar. Con todo, las diferencias entre las clases no son concebidas sencillamente como carencias, sino como *diferencias* de hecho, y las explicaciones en términos del sistema socioeconómico-político son consideradas insuficientes, dado que aun un cambio del sistema no podría tener resultados efectivos sobre la educación, puesto que los educadores no disponen del necesario "saber hacer", como bien lo señaló Poppovic (1981). Siendo así, el enfoque institucional del fracaso escolar se aproxima al análisis de Foracchi (1974) y de Campos (1975) de la marginalidad, análisis en el que las características culturales son vistas como expresión simbólica de lo

económico y de lo político, constituyendo, pues, parte esencial de la explicación del fenómeno.

Las observaciones más diversas han señalado incongruencias entre el desempeño de los sujetos "culturalmente desfavorecidos" en situaciones formales y experimentales y el desempeño de esos mismos sujetos en situaciones informales o cotidianas. Labov (1969) registró la existencia de grandes diferencias en el desempeño verbal de los niños pobres de Harlem en situaciones de examen y en situaciones informales. Cole (1977) puso de relieve la incongruencia entre resultados experimentales y la evidencia antropológica relativa a la habilidad de los adultos de ciertas culturas africanas de adoptar la perspectiva del oyente. Leacock (1972) señaló la incoherencia entre conclusiones experimentales relativas a los bajos niveles de abstracción entre negros norteamericanos de la clase obrera y su uso frecuente de metáforas, ampliamente reconocidas como indicaciones de altos niveles de abstracción. Al mismo tiempo, Heath (1982 a) demostró en Estados Unidos una correspondencia extrema entre actividades de comprensión e interpretación de historias practicadas en casa por las madres estadounidenses de clase media y por las profesoras de la escuela, de tal forma que la escuela estadounidense aprovecha al máximo las habilidades de interpretación ya desarrolladas en los niños de clase media, creando situaciones escolares semejantes a las situaciones de la vida de esas criaturas. Por otra parte, las habilidades verbales desarrolladas en otros "ambientes culturales" dentro del mismo país o no son aprovechadas por la escuela, o sólo serán incluidas entre los objetivos de la escuela en épocas posteriores (Heath, 1982 b).

Todavía no se han realizado en Brasil demostraciones sistemáticas de esta discrepancia entre el desarrollo de los niños de estratos de bajos ingresos en situaciones naturales y en situaciones de tipo escolar. Mientras tanto, el análisis anterior sugiere que probablemente existen y deben ser cuidadosamente analizadas a fin de comprender mejor el fenómeno del fracaso escolar en Brasil. Así, en este estudio exploratorio se combinaron observaciones etnográficas con un análisis experimen-

tal de la cuestión que describe inicialmente uno de los contextos culturales, en que la solución de problemas matemáticos transcurre naturalmente en la clase pobre para, a continuación, estudiar más sistemáticamente el desempeño en matemáticas de niños pobres en situaciones naturales y en situaciones formales, de tipo escolar.

EL CONTEXTO CULTURAL: UNO DE LOS USOS DE LAS MATEMÁTICAS

No es infrecuente entre los miembros de la clase pobre que tengan un "negocio propio". Cuando el padre tiene un puesto en la feria, por ejemplo, algunos de los hijos pueden acompañarlo, especialmente a partir de cierta edad. Mientras los menores parecen apenas "pasar el tiempo" en esta forma, los mayores, aproximadamente a partir de los diez años ayudan en las transacciones, llegando hasta a asumir la responsabilidad de la venta de parte de las frutas y verduras. Entre los preadolescentes y adolescentes, en general a partir de 11-12 años, la ocupación puede volverse independiente, y éstos pasan a vender cocos, palomitas de maíz, elotes y cacahuates en puntos fijos o como ambulantes.

En estos casos, los niños y los adolescentes resuelven innumerables problemas de matemáticas, por lo general sin utilizar papel y lápiz. Los problemas implican multiplicaciones (1 coco cuesta x ; cuatro cocos cuestan $4x$), suma (el precio de cuatro cocos más el precio de 12 limones) y resta (500 cruzeiros menos y , para encontrar el cambio). La división parece presentarse con menos frecuencia, pero aparece en algunos contextos como el caso en que si el kilo de ejotes cuesta x , el medio kilo cuesta $x/2$, o si el kilo de cebolla cuesta x , 200 gramos cuestan $x/5$. La división también aparece en situaciones más complejas, como en el cálculo del precio de un kilo y medio, donde normalmente se suma el precio de medio kilo al de un kilo, o en el cálculo de un kilo y novecientos gramos, donde

se resta el valor de cien gramos del valor de dos kilos. Es interesante notar el uso de valores cuando la división no es exacta, y el precio varía de acuerdo con la cantidad vendida: el precio de 3 aguacates es 25 cruzeiros, pero un aguacate cuesta 10 cruzeiros.

Aunque en ocasiones aparecen errores de cálculo, predominan los aciertos entre los niños responsables de estas transacciones comerciales. Entre los modos utilizados para obtener la solución, ni los niños observados en la feria ni sus padres utilizaban lápiz y papel para los cálculos, aunque en los mercados de hortalizas y productos de granja el cálculo escrito parece ser usado con frecuencia. En ocasiones notamos que en la feria utilizaban una lista donde constaban las multiplicaciones (1 huevo, 11 cruzeiros; 2 huevos, 22; etc.), aunque ese procedimiento no parece ser frecuente y no se presentó en el caso de los niños observados.

METODOLOGÍA

En el presente estudio respondieron 63 preguntas de matemáticas en un Examen Informal y 99 en un Examen Formal cinco niños y adolescentes de entre 9 y 15 años, cuyo nivel de escolaridad variaba en la 3a. y la 8a. series. Debido a la relación entre el Examen Informal y el Formal, el Examen Informal fue siempre realizado en primer lugar, en tanto que el Examen Formal se realizaba en otra fecha. Ambos exámenes eran realizados por el mismo examinador para cada niño, aunque diferentes examinadores habían trabajado con diferentes niños. En ambas ocasiones, el examinador debía procurar mantener una buena relación con el sujeto. En el Examen Formal, el examinador les ofrecía lápiz y papel y le pedía al sujeto que resolviese las cuentitas en el papel.

1. El examen informal

En el Examen Informal, los participantes eran evaluados en el contexto en que naturalmente resuelven problemas de matemáticas, o sea en la feria, en el puesto de cocos, junto al carrito de las palomitas, etc. El entrevistador hacía preguntas sucesivas sobre transacciones realizadas de hecho o en apariencia, obteniendo respuestas verbales a los problemas. Algunas de estas entrevistas fueron grabadas, en tanto que en otras un observador anotaba los detalles de las transacciones. Después de esto, algunas transacciones fueron realizadas sin ningún interrogatorio sobre el proceso de obtención de los resultados, en tanto que en otras el examinador trataba de obtener respuestas verbales que describieran el proceso utilizado por el sujeto, teniendo como referencia indicaciones metodológicas descritas en Carraher y Schliemann (1982). El método de estudio en este Examen Informal se aproxima al método clínico-piagetiano, dado que el entrevistador interviene directamente en el transcurso de los acontecimientos, haciendo preguntas sucesivas a fin de esclarecer los procesos por los cuales los sujetos obtienen sus respuestas. Por otra parte, el método también se aproxima al de la observación participante, puesto que las preguntas se formulan en el transcurso de una interacción entre el vendedor y el cliente, en el que éste "tiene el derecho" de hacer ciertas preguntas como "¿cuánto cuestan n cocos?" o "¿cuánto debo en total?" o "¿cuánto me dará de cambio?". Caracterizamos, pues, el procedimiento usado en el Examen Informal como una innovación metodológica resultante de la "fertilización cruzada" entre el método piagetiano y el de la observación participante. El participante no desempeña sólo el papel de "cliente" que le cabría como observador participante, sino que se convierte en un cliente-examinador, que no sólo recibe el cambio sino que pregunta "¿cuánto voy a recibir de cambio?" y verifica el proceso de obtención del resultado.

2. El examen formal

Con el fin de preparar el Examen Formal, los problemas resueltos por los sujetos durante el Examen Informal eran representados matemáticamente, utilizándose en algunas ocasiones más de una representación para un único problema. Veamos un ejemplo. M, un vendedor de cocos de 12 años, de 3er. grado, resolvió el siguiente problema en el Examen Informal.

Cliente: ¿Cuánto cuesta un coco?

M: Treinta y cinco.

Cliente: Quiero diez cocos. ¿Cuánto es por los diez cocos?

M: (Pausa) Tres son 105, más tres son 210. (Pausa.) Faltan cuatro Es... (pausa) 315... parece que es 350.

El problema puede ser representado matemáticamente en más de una forma. 35×10 constituye una representación aceptable de la *pregunta* propuesta por el cliente-examinador, en tanto que $105 + 105 + 105 + 35$ constituye probablemente una representación adecuada de la respuesta, puesto que 35×10 fue separado por el sujeto en $(3 \times 35) + (3 \times 35) + (3 \times 35) + 35$. Entre los subproblemas resueltos correctamente por M en la situación descrita más arriba, tenemos por lo menos, los siguientes:

a) 35×10 ;

b) 35×3 (que puede ser conocido de memoria);

c) $105 + 105$;

d) $210 + 105$;

e) $315 + 35$;

f) $3 + 3 + 4$;

g) $3 + 3 + 3 + 1$.

Al representarnos matemáticamente los problemas resueltos por el sujeto en el Examen Informal estamos, de hecho, buscando una representación formal de la competencia del sujeto. De hecho, M demostró ser competente al encontrar el resultado de multiplicar 35×10 , pasando por otras vías que la tradicionalmente enseñada en la escuela, que es sólo "colocar un cero al final cuando se hace una multiplicación por diez".

Al resolver 35 x 10 de acuerdo con su método, M resolvió los varios subproblemas presentados más arriba, desde *a* hasta *g*.

Después de representar matemáticamente los problemas resueltos por los sujetos en el Examen Informal, se seleccionaba una muestra de estos problemas para incluirla en el Examen Formal.

En él, la muestra de problemas seleccionada aparecía: *a*) en forma de operaciones aritméticas a ser resueltas en cualquier contexto y a partir de su representación en el papel, o *b*) en forma de problemas de tipo escolar como "María compró... plátanos, cada plátano costaba... ¿cuánto dinero gastó?". En ambos casos se utilizó para cada niño los mismos números con los cuales había operado en la situación informal o sea utilizando números diferentes para uno u otro niño.

Siguiendo las sugerencias metodológicas de Reed y Lave (1979), se introdujeron dos variaciones en estas preguntas del Examen Formal:

1) en algunos casos se le pedía al sujeto en el Examen Formal que resolviese la inversa de la operación realizada en el Examen Informal (500 - 385, por ejemplo, podía aparecer como 385 + 115);

2) en ciertos problemas la situación decimal podía variar del Examen Informal al del Formal (40 cruzeiros podía aparecer como 40 centavos o 35 convertirse en 3.500 en el Examen Formal).

RESULTADOS

El análisis del resultado del Examen Informal implicó inicialmente una decisión sobre la definición de "problema" en este caso. Mientras que en el Examen Formal los problemas son definidos de antemano por el examinador, en el Examen Informal se hacen en el momento, y su delimitación se hace *a posteriori*. Con el propósito de no aumentar indebidamente el número de "problemas" resueltos en el Examen Informal, fueron delimitados sobre la base de las preguntas formuladas

por el cliente-examinador, aunque el sujeto pudiese, al buscar una solución, haber resuelto varios subproblemas intermedios (como en el ejemplo discutido en la descripción de la metodología). De esta forma, la estimación del número de problemas resueltos en la situación natural es conservadora y sigue el mismo criterio utilizado en el Examen Formal, en el que los problemas están delimitados anticipadamente de acuerdo con las preguntas que formulará el examinador.

Los resultados indicaron una influencia decisiva del contexto en la solución de los problemas de matemáticas, como se ve en el cuadro 1, que presenta los datos referentes al desempeño de cada niño en cada contexto.

En términos globales, de los 63 problemas presentados en el Examen Informal, 98.2% fueron resueltos correctamente, mientras que en el Examen Formal apenas 36.8% de las operaciones y 73.7% de los problemas lo fueron. La frecuencia de respuestas correctas para cada sujeto fue convertida en valores de 1 a 10. El análisis de variación de Friedman sobre esos valores reveló una diferencia significativa entre los exámenes (Informal, Operaciones aritméticas y Problemas), obteniéndose $\chi^2_r = 6.4$ y $p = 0.039$.

Se podría suponer que los errores en el Examen Formal ocurrirían con mayor frecuencia en aquellas situaciones en que los datos numéricos del problema resuelto informalmente fueran modificados, sea por el cambio de la situación decimal sea por la inversión de la operación utilizada. En cuanto al análisis de los aciertos y errores en los problemas formales en que fueron introducidas tales modificaciones, muestra que la proporción de aciertos en los mismos es mayor en cuatro niños y menor en uno de ellos. Tales modificaciones no pueden por lo tanto explicar la discrepancia de desempeño entre el Examen Formal y el Informal.

Observemos que el *desempeño* de los niños, además de haber sido claramente superior en el Examen Informal, donde las operaciones están inscritas en situaciones reales, en el Examen Formal fue también mejor en los problemas con situaciones imaginarias (parte *b*) que en las operaciones simples (parte *a*).

Estos datos parecen, pues, confrontar la noción implícita pero tácitamente aceptada en la escuela, de que, en primer lugar debemos enseñar a los niños las operaciones aritméticas aisladas de cualquier contexto, para presentar después esas mismas operaciones en el contexto de problemas.

Las habilidades necesarias para resolver problemas, según este modelo implícito, serían secuenciales e independientes, abarcando por lo menos los siguientes pasos:

- 1] interpretación del problema;
- 2] determinación de la operación a realizar;
- 3] realización de la operación.

Según este modelo tradicional, efectuar la operación sería, por lo tanto, más simple que resolver un problema con una misma operación ya que la operación implica sólo uno de los pasos necesarios para la solución del problema.

CUADRO 1

FRECUENCIA DE ERRORES (E) Y DE ACIERTOS (C) PARA CADA NIÑO EN CADA UNO DE LOS EXÁMENES

Niño	Examen Informal			Examen formal					
	C	E	Total	a) Operaciones aritméticas			b) Problemas		
	C	E	Total	C	E	Total	C	E	Total
M	18	0	18	2	6	8	11	0	11
P	17	2	19	3	5	8	11	5	16
Pi	12	0	12	3	3	6	11	0	11
MD	7	0	7	1	9	10	4	8	12
S	7	0	7	5	1	6	8	3	11
Totales	61	2	63	14	24	38	45	16	61

Podemos suponer, en vista de estos resultados, que el análisis lógico implícito en la solución de un problema facilita la realización de la operación, por inscribirla en un sistema de significados bien comprendidos, en lugar de constituir una actividad aislada que se ejecuta en una secuencia de pasos, los cuales llevarían a la solución.

Estos resultados encuentran paralelo en los experimentos de Wason y Shapiro (1971), Lunzer, Harrison y Davey (1972) Johnson-Laird, Legrenzi y Sonino Legrenzi (1972). Tales estudios muestran que la solución de un problema que implica razonamiento lógico, el cual fue estudiado por Wason (1968), se volvía accesible para los sujetos examinados cuando los datos se referían a un contexto real de tareas de trabajo. Sorprendentemente, cuando el problema era presentado en forma simbólica, sin relacionarse con actividades reales, a sujetos con alto nivel de inteligencia (en la mayoría de los casos estudiantes universitarios o profesionales de nivel universitario), rara vez se daban aciertos en la tarea.

Para tratar de esclarecer la discrepancia entre el desempeño en el Examen Formal y en el Examen Informal, se hizo un análisis minucioso de los procesos de resolución que habían sido explorados a través del método clínico. Ese análisis cualitativo de los resultados sugiere que los algoritmos que se enseñan en la escuela para realizar operaciones aritméticas pueden constituir un obstáculo para el razonamiento del niño, tal vez por interferir con el significado de los propios números con los cuales el niño debe operar. Por ejemplo, MD, una niña de 9 años de la 4a. serie de primaria mostró el siguiente desempeño en el Examen Informal:

Cliente: ¿Cuánto es de dos cocos?

MD: Ochenta.

Cliente: Toma un billete de doscientos. ¿Cuánto va a ser mi vuelto?

MD: Ciento veinte.

En el Examen Formal, MD mostró el siguiente desempeño:

Examinador: Haga esa cuenta ahora, 200 menos 80.

MD escribe 200

— 80

800

E: ¿Cómo lo hace?

MD: Baja el cero aquí y aquí (muestra los ceros del resultado). Aquí da 8.

La regla de "bajar ceros", propia de la multiplicación, difícilmente puede ser insertada en un sistema de operaciones significativas con números. Se puede observar otro ejemplo con M, 12 años, 3a. serie de primaria. En el Examen Informal, M no tuvo ninguna dificultad en calcular el cambio de 200 cruzeiros, siendo el precio de un coco 35. En el Examen Formal, realizó la operación $200 - 35$, obteniendo como resultado 90, y ofreciendo la siguiente explicación:

M: 5 para llegar a cero, nada, llevo 1; 3 para llegar a 12, faltan 9.

Aparentemente M, al decir llevo 1, transforma el 2 del 200 en 12.

Hay todavía un tercer ejemplo para ilustrar la confusión con el "llevo uno" en otra situación. Al resolver 35×3 , que M parecía saber de memoria al vender cocos, obtuvo 125 y ofreció la siguiente explicación: "3 veces 5, 15; llevo 1. 3 más 1, 4; 3 veces 4, 12".

Otro aspecto que se debe poner de relieve en los resultados que, como el aspecto discutido más arriba, probablemente tiene una cierta participación en la incongruencia en el desempeño de los niños en las tres condiciones, fue la discrepancia entre el desempeño oral y el escrito. Esta discrepancia fue observada en todos los sujetos, siendo todavía más acentuada en dos de ellos. Por ejemplo, S, un niño de 11 años, en la 4a. serie, resolvió correctamente 5 de las 6 operaciones aritméticas del Examen Formal, si consideramos sólo su desempeño oral (como lo hicimos en el cuadro 1). Sin embargo, felizmente había dado respuestas verbales correctas para las operaciones $200 - 80$ y 40×3 , pero su desempeño escrito no podría ser considerado correcto en esos casos. Éste está reproducido en la figura 1.

También se observó en el ejemplo de S el modo de resolver los problemas formales. En todos los problemas miraba para arriba o para un lado, y después de algún tiempo presentaba la respuesta. Cuando se le preguntó sobre el método de resolución utilizado, respondía que lo hacía "en la cabeza". Sólo para reconstituir el problema usaba S lápiz y papel, aunque

FIGURA 1

Respuestas orales y escritas presentadas por S a dos de las operaciones aritméticas del Examen Formal

Operación: $200 - 80$	Operación: 40×3
Oral : 120	Oral : 120
Escrito : 200	Escrito : 40
-800	x 3
200	12.00

no los utilizase para facilitar la resolución (por ejemplo para reducir la carga en la memoria del procesamiento). Las tentativas del entrevistador para estimularle a usar el lápiz en el transcurso del problema no tuvieron éxito, con una excepción: cuando S mostró cómo hacía los problemas la profesora. Pero el niño dejó en claro que su modo "natural" de hacer cuentas es "en la cabeza".

El ejemplo extremo de dificultad en el uso del lápiz y el papel es el de P, un niño de 13 años que abandonó la escuela a los 11 y trabaja ahora en la venta de verduras y frutas como empleado del dueño de un puesto. P se rehusó a utilizar lápiz y papel en el Examen Formal, aunque reconocía los dígitos, y después de mucha insistencia, al intentar escribir algunos números, lo hizo en forma en extremo vaga e imperfecta, declarando que despreciaba lo que hacía antes en la escuela. Es interesante notar que el dueño del puesto para quien P trabajaba declaraba con orgullo no saber leer ni escribir y ser capaz de administrar el negocio de 10 puestos esparcidos por la feria.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados de este estudio exploratorio son de veras sorprendentes. No era de esperarse una discrepancia tan grande entre el desempeño en el contexto informal y en el contexto "escolar". ¿Qué podemos concluir de esta enorme discrepancia?

La primera comprobación es que existen múltiples lógicas correctas en la resolución de los cálculos. La escuela nos enseña cómo deberíamos multiplicar, restar, sumar y dividir; esos procedimientos formales, cuando se siguen correctamente, funcionan. Sin embargo, los niños y adolescentes del presente estudio demostraron utilizar métodos de resolución de problemas que, aunque totalmente correctos, no son aprovechados por la escuela. Entre estos procedimientos "naturales" o "inventados", para usar la terminología de Resnick (1980) se destaca el uso de lo que puede ser llamado de descomposición del problema: el individuo determina la respuesta de un subproblema sencillo y va juntando componentes sencillos hasta componer una respuesta del problema global. Examinemos, por ejemplo, la respuesta de S:

E: En una escuela hay 12 aulas. En cada aula hay 50 alumnos. ¿Cuántos alumnos tiene toda la escuela?

S: 600 (su explicación...) 12 clases; 2 juntas, 2 son 100 (alumnos); 4 son 200; 6 son 300; 8 son 400; 10 son 500; 12 son 600.

Nótese que el problema mayor no es descompuesto; el sujeto compone la solución en vez de descomponer el problema.

Otro ejemplo está en la explicación dada por P:

E: (1 aguacate son 5 cruzeiros). ¿Cuántos son 9?

P: 45

E: ¿Por qué?

P: 7 son 35, más 1, 40; más 1, 45 (P ya había determinado que 7 cuestan 35 cruzeiros en un problema anterior).

En esa descomposición el sujeto trabaja por *chunking** o agrupamiento de porciones de la respuesta hasta obtener el total. El mismo caso de S, más arriba, ejemplifica el uso de esas unidades de análisis con que el niño se siente cómodo. Estas unidades pueden ser pares o asumir valores referentes al agrupamiento usado habitualmente en el comercio (4 limones por 10 cruzeiros, por ejemplo). Así, el niño compone el problema global, utilizando agrupamientos "naturales".

* Del inglés *chunk*, trozo. [T.].

Es posible que un niño adquiera fluidez en los métodos informales de composición o uso de unidades naturales sin dominar los métodos escolares (reglas de llevo uno; multiplicación hecha por escrito, empezando por una ubicación de unidades, colocación convencional de número en el papel, etc.). Además ésta fue una situación generalmente verificada en nuestros sujetos. En su trabajo en el comercio, los niños resolvían bien los problemas mediante técnicas que no son aprovechadas por la escuela, aunque funcionen bien y lleven al resultado correcto.

Sería ingenuo defender la idea de que el sistema de cálculo que se usa en las escuelas es inherentemente superior al sistema utilizado por nuestros sujetos. Ya indagamos de manera informal a diversas personas de la clase media en Brasil —educadores, psicólogos, alumnos de posgrado, profesores— sobre su manera de resolver problemas sencillos de cálculo. La gran mayoría de las personas abordadas no hace los cálculos de acuerdo con los procedimientos aprendidos en la escuela. Consideremos, por ejemplo, el problema verbal 45 más 35. Algunas personas al resolverlo suman 40 más 30 y luego le adicionan 10 ($5 + 5$). Otras suman 5 a 45, obteniendo 50 y después le suman 30. Raras veces un individuo suma $5 + 5$, dice que "lleva uno", suma el 1 con el 4 y después le agrega el 3.

Otra interpretación que podría surgir para los resultados de este estudio es que nuestros sujetos son más concretos, resuelven los problemas concretos (situación natural) y los problemas verbales escolares con más facilidad que los problemas "abstractos" (cuentas que constan exclusivamente de números y operaciones, sin contexto específico). Sin embargo, esta conclusión no tiene apoyo en los datos. Primero, no hay nada en la naturaleza de un coco que facilite el cálculo de que 3 cocos de 35 cruzeiros cada uno costarán 105 cruzeiros. Decir que el problema incluye cocos o limones o palomitas no simplifica la aritmética del problema.

Segundo, recordamos que los cálculos "naturales" se hacen mentalmente, sin auxilio de lápiz y papel para anotar los subtotales y los cálculos intermedios. Por lo tanto, al resolver

problemas por los procedimientos "naturales", no se utilizan algunas facilidades existentes en los problemas escolares.

El argumento de que los niños sencillamente aprenderán de memoria las respuestas correctas tampoco encuentra apoyo en las observaciones. Había, ciertamente, instancias aisladas en que el niño respondía rápidamente, dando la impresión de haber memorizado la respuesta. Sin embargo, en la gran mayoría de los casos el niño necesitaba reflexionar y calcular mentalmente antes de responder. Y las justificaciones demuestran con claridad la derivación de la respuesta por procedimientos naturales como en el siguiente ejemplo:

E: ¿A cuánto los seis limones?

P: (Pausa).

El dueño del puesto: (¿No sabe cuánto es? ¡Increíble!).
(Admirado porque el niño no responde de inmediato)

P: 15 (cruzeiros.)

E: ¿Cómo lo sabe?

P: Lo aprendí.

E: ¿Cómo lo hizo?

P: 4 (limones) son 10 (cruzeiros) y 2 (limones) son 5 (cruzeiros). Entonces son 15 cruzeiros.

Se podría argumentar que la dificultad sistemática en resolver los problemas en las situaciones formales estaría en las diferencias lingüísticas existentes entre una versión formal y una versión informal. En el caso de problemas que implican restas, por ejemplo, en la versión natural se saca una cantidad de otra, en tanto que en la versión escolar la operación se indica por la palabra "menos". Sin embargo, nos parece difícil aceptar que el desempeño en los problemas escolares se pueda mejorar sólo como resultado de un entrenamiento en el significado de las palabras usadas. La distinción entre situaciones naturales y situaciones escolares parece constituir el fenómeno más fundamental y más importante.

En síntesis, en este estudio, la combinación del método etnográfico con el método clínico piagetiano demostró ser adecuada en el descubrimiento de que la competencia numérica de los niños en contextos más próximos al escolar presentan

un rendimiento insatisfactorio. Sobre la base de esta propuesta metodológica, creemos que pueden desarrollarse dos grandes líneas de investigación. La primera consiste en ampliar el estudio ahora realizado explorando más ampliamente las habilidades demostradas por el niño en el contexto de la escuela en ambientes más naturales, como el local de trabajo, la zona de juegos y la propia casa. La segunda tendrá como objetivo esclarecer los procesos mediante los cuales el niño adquiere una comprensión del sistema numérico capacitándose para operar eficazmente en contextos naturales.

Dentro de este contexto, el fracaso escolar aparece como un fracaso de la escuela, fracaso este localizado: a) en la incapacidad de comprender la capacidad real del niño; b) en el desconocimiento de los procesos naturales que llevan al niño a adquirir el conocimiento, y c) en la incapacidad de establecer un puente entre el conocimiento formal que desea transmitir y el conocimiento práctico del cual el niño, por lo menos en parte, ya dispone.

BIBLIOGRAFÍA

- Birch, H.G., *Health and education of socially disadvantaged children*, Washington, U.S. Department of Health, Education and Welfare, 1967.
- Brooks, C.K., "Some approaches to teaching English as a second language", en Webster, S.W. (comp.) *The disadvantaged learner*, San Francisco, Chandler Publishing Co., 1966, pp. 516-517.
- Campos, M.M.M., "Participantes ou marginais - Estilos de socialização em famílias de São Paulo e Brasília", *Cuadernos de Pesquisa*, 1975, núm. 14, pp. 75-86.
- Carraher, T.N. y Carraher D.W., "Do piagetian stages describe the reasoning of unschooled adults?", *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition*, 1981, núm. 3, pp. 61-68.
- y Schliemann, A.D., "A adição e a subtração no escola primária: algoritmos ensinados e estratégias aprendidas", *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, vol. 64, núm. 148, pp. 232-242.

- Coimbra I.D. "Reprovação escolar na primeira série do primeiro grau: um estudo comparativo de grupos de alunos pertencentes a uma população economicamente desfavorecida", en Goldberg, M.A. et al., *Selectividade sócio-econômica no ensino de 1º grau*. Rio de Janeiro, Achiamé/ANPED, 1981, pp. 63-80.
- Cole, M., "An ethnographic psychology of cognition", en Johnson-Laird y Watson, P.O (comps.), *Thinking. Readings in cognitive science*. Londres, Cambridge University Press, 1977, pp. 468-482.
- , Gay, J; Glick J. y Sharp R. *The cultural context of learning and thinking*, Nueva York, Basic Books, 1971.
- Foracchi, M.M. "A noção de participação-exclusão no estudo das populações marginais", *Debate e Cultura*, 1974, núm. 2, pp. 161-168.
- Freitag, B., *Escola, Estado e sociedade*, 3a. ed., São Paulo, Cortez e Moraes, 1979 (publicación periódica).
- Friedman, N.L., "Cultural deprivation: a commentary on the sociology of knowledge", *Journal of Educational Thought*, 1967, vol. 1, núm. 2, pp. 88-99.
- Gay, J. y Cole, M., *The new mathematics and an old culture*, Nueva York, Holt, Rinehart & Winston, 1967.
- Heath, S.B., "What no bedtime story means: Narrative skills at home and school", *Language in Society*, vol. 11, 1982a.
- , *Ways with words*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.
- Hoggart, R., *The uses of literacy*, Londres, Penguin, 1977 (primera publicación en 1957).
- Johnson-Laird, P.N., Legrenzi, P. y Sonino-Legrenzi, M., "Reasoning and a sense of reality", *British Journal of Psychology*, 1972, núm. 63, pp. 395-400.
- Labov, W., "The logic of nonstandard English", en Williams R. (comp.), *Language and poverty*, Chicago, Markham, 1969, pp. 444-472.
- Leacock, S., "Abstract versus concrete speech: a false dichotomy", en Cazden C. et al. (comps.) *Functions of language in the classroom*, Nueva York, Teachers College Press, 1972, pp. 121-134.
- Lewis, O., "The children of Sánchez, Pedro Martínez y La vida", *Current Anthropology*, 1967, vol. 8, núm. 5, pp. 430-499.
- Lunzer, E.A., Harrison, C. y Davey, M., "The four-card problem and the development of normal reasoning", *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 1972, núm. 24, pp. 326-339.
- Patto, M.H.S., *Privação cultural e educação pré-primária*, Rio de Janeiro, José Olympio, 1973.
- Perlman, J.E., *O mito da marginalidade*, Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1977.
- Poppovic, A.M., "Enfrentando o fracasso escolar", ANDE, *Revista de Associação Nacional de Educação*, 1981, vol. 1, núm. 2, pp. 17-21.

- , Espósito, Y.L. y Campos, M.M.M., "Marginalização cultural: subsídios para um currículo pré-escolar", *Cadernos de Pesquisa*, 1975, núm. 14, pp. 7-73.
- Porto, I.A., "Estudo sobre a integração social em um complexo escolar em Recife no período de 1972-1973", en Goldberg, M.A. et al. (comps.), *Selectividade sócio-econômica no ensino de 1º grau*, Rio de Janeiro, Achiamé/ANPED, 1981.
- Reed, H.J. y Lave, J., "Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition", *American Ethnologist*, 1979, núm. 6, pp. 568-582.
- Resnick, L., "The role of invention in the development of mathematical competence", en Kluwe, R.H. y Spada, H., *Development models of thinking*, Nueva York, Academic Press, 1980, pp. 213-244.
- Silva, A.C. de., "Pobreza, desenvolvimento mental e desempenho escolar", *Cadernos de Pesquisa*, 1979, núm. 29, pp. 7-9.
- Wason, P.C., "Reasoning about a rule", *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 1968, núm. 20, pp. 273-281.
- y Shapiro, D., "Natural and contrived experience in a reasoning problem", *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 1971, núm. 23, pp. 63-71.